問題1

次の式を計算せよ。

(1) $(6x^3-3x-4)+(5+8x^2+2x-x^3)+2(x-4x^2-3)$

(2) $(7x^3-4x-5)+x(3x+6-2x^2)\underline{-3x}(\underline{2x^2}\ \underline{-x}\ \underline{+4})$

①　②　③

(1) (与式) $=6x^3-3x-4+5+8x^2+2x-x^3+2x-8x^2-6$

$=5x^3+x-5$ //

問題で与えられた式を意味します。

( )を外して
同類項をまとめる

(2) (与式) $=7x^3-4x-5+3x^2+6x-2x^3\underbrace{-6x^3}_{①}\underbrace{+3x^2}_{②}\underbrace{-12x}_{③}$

$=-x^3+6x^2-10x-5$ //

(与式)=とかくと、問題の式をかく手間が省けます。

問題2

次の式を展開せよ。

(1) $(2m+5)(m-2)$ (2) $(6a-5b)(6a+5b)$

(3) $(3-2x)(1+x)$ (4) $(x-a+1)^2$

(5) $(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$ (6) $(x+y-z)(x-y+z)$

(7) $(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$ (8) $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$

(9) $(x+4)(x+2)(x-1)(x-3)$

—— 注目してほしいところ

(1) $(与式) = 2m^2+m-10$ //

(2) $(与式) = (6a)^2-(5b)^2 = 36a^2-25b^2$ //

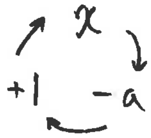
(3) $(与式) = 3+3x-2x-2x^2 = -2x^2+x+3$ //

(4) $(与式) = x^2+(-a)^2+1^2+2x\cdot(-a)+2(-a)\cdot 1+2\cdot 1\cdot x$

$= x^2+a^2+1-2ax-2a+2x$

$= x^2-2ax+a^2+2x-2a+1$ //

[xとaについて降べきの順に]



公式

$(a+b+c)^2$

$= a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

を利用

(5) $(与式) = \{(x^2+2)+2x\}\{(x^2+2)-2x\}$

$= (x^2+2)^2-(2x)^2$

$= x^4+4x^2+4-4x^2$

$= x^4+4$ //

$x^2+2=A$とおくと

$(与式) = (A+2x)(A-2x)$

$= A^2-(2x)^2$

$= (x^2+2)^2-(2x)^2$としてもO.K.

(6) $(与式) = \{x+(y-z)\}\{x-(y-z)\}$

$-y+z = -(y-z)$

$= x^2-(y-z)^2$

$= x^2-(y^2-2yz+z^2)$

$= x^2-y^2+2yz-z^2$

$(x+1)(x-1)$ ①

(7) $(与式) = (x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$

$= (x^4+1)(x^4-1)$ ②

$= (x^4)^2-1^2$ ③

$= x^8-1$ //

かける順序を工夫する

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

の公式を3回使うことができる.

$(x+1)(x-1)$ $(x-2)(x+2)$

(8) $(与式) = (x^2-1)(x^2-4)$ かける順序を工夫する

$= x^4-5x^2+4$ //

(9) $(与式) = \underline{(x+4)(x-3)} \times \underline{(x+2)(x-1)}$

$= (\underline{x^2+x}-12)(\underline{x^2+x}-2)$

$= \{(x^2+x)-12\}\{(x^2+x)-2\}$

$= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$

$= x^4+2x^3+x^2-14x^2-14x+24$

$= x^4+2x^3-13x^2-14x+24$ //

このように分けて展開すると <u>x^2+xという共通な部分ができる。</u>

$(A-12)(A-2)$

$= A^2-14A+24$

問題3

次の式を因数分解せよ。

(1) $2ax^2-8a$ (2) $ax^2+by^2-ay^2-bx^2$

(3) $(x-4)(3x+1)+10$ (4) $2n^3+3n^2+n$

(1) $(\text{与式}) = 2a(x^2-4)$ ← まず2aでくくって

$= 2a(x+2)(x-2)$ // ← ( )の中が因数分解できた

"これ以上、因数分解できないか？" と考えよう。

(2) $(\text{与式}) = a(x^2-y^2) + b(y^2-x^2)$ ← 式全体を共通因数でくくることはできないが、部分的にくくった

$= a(x^2-y^2) - b(x^2-y^2)$

$= (x^2-y^2)(a-b)$ ← (x^2-y^2)でくくることができた

$= (x+y)(x-y)(a-b)$ // ← x^2-y^2の因数分解も忘れずに

<別解> $(\text{与式}) = (a-b)x^2 + (b-a)y^2$

$= (a-b)x^2 - (a-b)y^2$

$= (a-b)(x^2-y^2)$

$= (a-b)(x+y)(x-y)$ //

(3) $(\text{与式}) = 3x^2-11x-4+10$

$= 3x^2-11x+6$ ← 展開して整理

$= (x-3)(3x-2)$ // ← たすきがけで因数分解

(4) $(\text{与式}) = n(2n^2+3n+1)$ ← 共通因数のnでくくり

$= n(n+1)(2n+1)$ // ← $2n^2+3n+1$をたすきがけ

おまけ

これまでに展開の公式を学びました。

　中学校では　$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

　高校では　$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

公式としては出てきませんが、$(a+b)^4$、$(a+b)^5$、…も求められます。

例えば、$(a+b)^4=\{(a+b)^2\}^2=(a^2+2ab+b^2)^2$

$=a^4+4a^2b^2+b^4+4a^3b+4ab^3+2a^2b^2$ ←問題2(4)で使った公式を利用

$=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$ ← **a について降べきの順に表します**

[他にも $(a+b)^4=(a+b)(a+b)^3=(a+b)(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)=\cdots$ というふうにも展開はできます]

ここで、$n=0,1,2,3,4$ のとき $(a+b)^n$ を展開した式の**係数だけ**を次のような形で書き出してみます。

$(a+b)^0$	1	←	$(a+b)^0=1$ （数学Ⅱで勉強）
$(a+b)^1$	1　1	←	$1a+1b$
$(a+b)^2$	1　2　1	←	$1a^2+2ab+1b^2$
$(a+b)^3$	1　3　3　1	←	$1a^3+3a^2b+3ab^2+1b^3$
$(a+b)^4$	1　4　6　4　1	←	$1a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+1b^4$

係数の間に規則性があることがわかりますか？

各段の両端は１、その間の数は上の段の隣り合う２つの数の和になっています。

1　3

4

上の数字が作る三角形を**「パスカルの三角形」**といいます。（数学Ⅱで出てきますが、今知っておいても損はないでしょう）

上のパスカルの三角形を使えば $(a+b)^5$ が式の展開をしなくても求められますが、分かりますか？答を次のページに載せておきますので、考えてみてください！

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

実際に $(a+b)^5$ の展開をして、上のようになるかも確かめてみましょう。