

1 気体の法則 (教 P.100~105)

A 気体の圧力 B ボイル・シャルルの法則 C 理想気体の状態方程式

圧力 p [Pa]の気体が断面積 S [m ²]の面を押す力 F [N]			
$F = pS$			
ボイルの法則	シャルルの法則	ボイルシャルルの法則	p [Pa]…気体の圧力 V [m ³]…気体の体積 T [K]…気体の温度
$pV = \text{一定}$	$\frac{V}{T} = \text{一定}$	$\frac{pV}{T} = \text{一定}$	
気体の状態方程式		p [Pa]…気体の圧力 V [m ³]…気体の体積 T [K]…気体の温度	n [mol]…物質質量 R [J/(mol·K)]…気体定数 (8.31[J/(mol·K)]) 気体定数の桁が化学と異なるので注意
$pV = nRT$			

Point ボイル・シャルルの法則、状態方程式などどれに当てはめるか悩むくらいなら、気体の状態方程式に、仮で文字を置いて代入すべし。状態方程式が最強。

3 気体の状態変化 (教 P.111~126)

A 内部エネルギー

単原子分子理想気体の内部エネルギー	内部エネルギー U は絶対温度 T に比例する。 U [J]…内部エネルギー n [mol]…物質質量
$U = \frac{3}{2}nRT$	R [J/(mol·K)]…気体定数 T [K]…気体の温度
単原子分子理想気体の内部エネルギーの変化	ΔT [K]…温度変化 (温度上昇なら内部エネルギー増加)
$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$	

B 熱力学第一法則

$\Delta U = Q + W$	ΔU [J]…内部エネルギーの変化 Q [J]…気体 (物体) が受け取った熱量 W [J]…気体 (物体) がされた仕事 気体がした仕事は W' で表す
--------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------

C 気体の状態変化

定積変化 (等積変化)	定圧変化 (等圧変化)
気体が仕事をしたり、されたりしない。 $W = 0$ 内部エネルギーの変化は吸収した熱量と等しくなる。 $\Delta U = Q$	気体が仕事をしたり (W')、されたり (W) する。 $W = -W' = -p\Delta V$ (膨張した場合 $W < 0$) 内部エネルギーの変化は吸収した熱量とされた仕事の和となる。 $\Delta U = Q + W$
等温変化	断熱変化
内部エネルギーの変化が 0 である。 $\Delta U = 0$ 気体がする仕事は吸収した熱量と等しくなる。 $W' = Q = -W$ (された) 気体が仕事をするなら $Q > 0$ 、されるなら $Q < 0$	吸収する熱量が 0 である。 $Q = 0$ 内部エネルギーの変化はされた仕事と等しい。 $\Delta U = W$ (された) 気体が仕事をするなら $\Delta U < 0$ 、仕事をされるなら $\Delta U > 0$

D 気体のモル比熱

物質 1mol の温度を 1K 高めるのに必要な熱量を (a. **モル比熱**) という。

$Q = nC\Delta T$	$Q[\text{J}]$ …吸収する熱量 $n[\text{mol}]$ …物質質量 $C[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]$ …モル比熱 $\Delta T[\text{K}]$ …温度の変化
------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

モル比熱には (b. **定積モル比熱** C_V) と (c. **定圧モル比熱** C_p) がある。

マイヤーの関係 $C_p = C_V + R$	単原子分子理想気体なら、気体定数 R を用いて $C_V = \frac{3}{2}$ $C_p = \frac{5}{2}$
----------------------------	----------------------------------------------------------------------

Point モル比熱を扱う問題では、単原子分子理想気体を扱うのがほとんどだが、一部そうでない場合がある。問題文に「単原子分子理想気体」との表記があったら、要チェック！

○比熱比

定圧モル比熱 C_p と定積モル比熱 C_V の比を (d. 比熱比 (γ)) という。	ポアソンの法則
単原子分子理想気体なら $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3}$	$pV^\gamma = \text{一定}$

E 熱機関と熱効率

$e = \frac{W'}{Q_{in}} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{in}}$	e …熱効率 $W'[\text{J}]$ …熱機関がする仕事 $Q_{in}[\text{J}]$ …高温の物体から吸収する熱量 $Q_{out}[\text{J}]$ …低温の物体へ放出する熱量 (排熱ともいう)	
-----------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Point

- ①熱効率 e は常に $e < 1$ である (どうしても排熱があるため)。
- ② pV 図において 1 サイクルの経路に囲まれた面積は 1 サイクルで熱機関がした仕事に等しい。
- ③ pV 図において、状態が右や上に変化するものは吸熱、左や下に変化するものは放熱である。ただし、断熱変化では $Q = 0$ であることに注意。

2 気体分子の運動 (教 P.106~110)

A 分子運動と圧力 (教 P.106~108)

① 1回の衝突で壁 S が分子から受ける力積

分子が壁 S から受ける力積 $\vec{F}\Delta t$ は、

$$\left[\vec{F}\Delta t = m\vec{v}' - m\vec{v} = m(-v_x) - mv_x = -2mv_x \right]$$

(作用反作用の法則) より、分子が受ける力積は、壁 S が受ける力積と逆向きで同じ大きさなので、

$$\left[2mv_x \text{ [N}\cdot\text{s]} \right]$$

② 分子が再び壁 S と衝突するまでの時間

(x 軸方向) のみに着目すると、壁 S と対になる壁の間隔 L を速さ v_x で往復することになるので、かかる

時間は、「 $\frac{2L}{v_x}$ [s] 」となる。

③ 壁 S が 1 つの分子から受ける平均の力

t [s]間に分子が衝突する回数は、「 $t \div \frac{2L}{v_x} = \frac{v_x t}{2L}$ (回) 」であるから、

壁 S が t [s]間に 1 つの分子から受ける力積は、 $2mv_x \times \frac{v_x t}{2L} = \frac{mv_x^2}{L} t$ [N·s] 。

したがって、分子が壁 S に与える平均の力 \bar{f} は、

$$\left[\bar{f}t = \frac{mv_x^2}{L} t \right] \text{ より、「 } \bar{f} = \frac{mv_x^2}{L} \text{ 」と表すことができる。}$$

④ 壁 S が N 個の分子から受ける圧力

壁 S が N 個の分子から受ける力の大きさ F [N]は、 v_x^2 の平均 $\overline{v_x^2}$ を用いると、

$$\left[F = N \times \frac{m\overline{v_x^2}}{L} = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{L} \right]$$

気体の圧力は、「 $p = \frac{F}{L^2} = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{L^3}$ 」であり、 $L^3 = V$ なので、「 $p = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{V}$ 」となる。ここで、 $\overline{v_x^2}$ について、 $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$ かつ、 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ なので、

$$\left[\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2} \right] \text{ であり、「 } p = \frac{Nm\overline{v^2}}{3V} \text{ 」となる。}$$

B 平均運動エネルギーと絶対温度 (教 P.109~110)

(A) の式と状態方程式「 $pV=nRT$ 」より、

$$\left[pV = \frac{Nm\overline{v^2}}{3} = nRT \right] \text{ の関係が得られる。}$$

気体分子の平均運動エネルギーを求める。 N はアボガドロ定数 N_A を用いて、「 $N = nN_A$ 」と表せる。

よって、「 $\frac{nN_A m \overline{v^2}}{3} = nRT$ 」

$$\left[\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T \right]$$

ここで、「 $\frac{R}{N_A} = k$ (ボルツマン定数)」とすると、

$$\left[\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT [\text{J}] \right] \text{ となる。} (k = \frac{R}{N_A} \doteq 1.38 \times 10^{-23} [\text{J/K}])$$

また、「 $\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T$ 」より、

$$\left[\overline{v^2} = \frac{3RT}{mN_A} \right]$$

$$\left[\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_0 \times 10^{-3}}} \right]$$

これを (二乗平均速度) という。

気体のモル質量を $M[\text{kg/mol}]$ とすると、
 「 $M = mN_A$ 」である。
 また、気体の分子量を M_0 とすると、
 モル質量は M_0 「g/mol」
 $= M_0 \times 10^{-3} [\text{kg/mol}]$ なので、
 「 $M_0 \times 10^{-3} = M = mN_A$ 」である。

C 単原子分子と二原子分子

ヘリウム (He) のように 1 個の原子からなる分子を (a. 単原子分子)、酸素 (O₂) のように、2 個の原子からなる分子を (b. 二原子分子) という。二原子分子理想気体の場合、分子の運動には、並進運動のほかに (c. 回転運動) や (d. 振動運動) がある。