

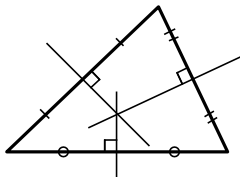
119. 次の角の大きさを求めよ。

(1) 三角形の五心について復習をしておきましょう。

(解説)

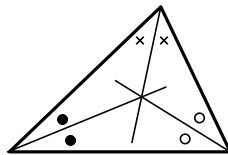
<外心>

三角形の3辺の垂直二等分線は1点で交わる。この交点を外心という。外心から3つの頂点までの距離は等しい。



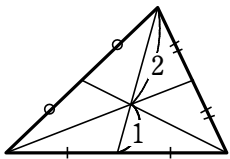
<内心>

三角形の3つの内角の二等分線は1点で交わる。この交点を内心という。内心から各辺に下ろした垂線の長さは等しい。



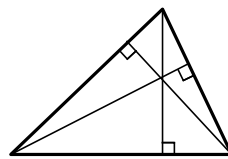
<重心>

三角形の3本の中線は1点で交わる。この交点を重心という。重心は各中線を2:1に内分する。



<垂心>

三角形の3つの頂点から、それぞれの向かい合う辺に下ろした3本の垂線は1点で交わる。この交点を垂心という。



※ 五心といいながら、4つしかありません。5つ目は**傍心**です。高校では上記の4つ知っておけば大丈夫。五心自体を知っておくというよりも、次の点で出題されます。

- ① 垂直二等分線や角の二等分線などの作図による交点の問題
- ② 解析幾何としての問題（座標を設定したり、ベクトルを導入したりして計算で解く方法）
- ③ 初等幾何としての問題（図形的な性質に注目して解く方法）

特に座標上での証明問題やベクトルの問題で多く見かけるかもしれません。

(2)(3)(4) → 解答編どおり

120. → 解答編どおり

121. 次の条件を満たす整数の個数を求めよ。

(1) 問題はテキストで確認

(解説)

3桁の数が3の倍数になるのは、各位の数の和が3の倍数になるときである。まず、和が3の倍数になる3つの数の組合せを考える。

{1, 2, 3}, {1, 3, 5}, {2, 3, 4}, {3, 4, 5} の4通り
それぞれの組合せについて、3桁の整数は $3! = 6$ (個) ずつ
できるから、3桁の3の倍数の個数は $6 \times 4 = 24$ (個)

(2) 問題はテキストで確認

(解説)

10! を素因数分解すると

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ = 2 \cdot 5 \times 3^2 \times 2^3 \times 7 \times 2 \cdot 3 \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$$

よって、10! の正の約数の個数は

$$(8+1)(4+1)(2+1)(1+1) = 9 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = 270 \text{ (個)}$$

(3) 問題はテキストで確認

(解説)

$$216 \text{ を素因数分解すると } 216 = 2^3 \cdot 3^3$$

よって、216 と互いに素である整数は、2 の倍数でも 3 の倍数でもない整数である。

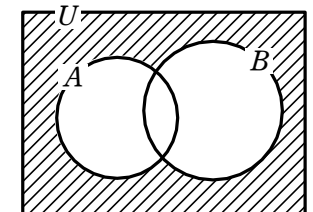
216 以下の自然数全体の集合を全体集合 U とし、そのうち 2 の倍数全体の集合を A 、

3 の倍数全体の集合を B とする。

$$n(A) = 108, n(B) = 72, n(A \cap B) = 36 \text{ より,}$$

求める個数は

$$n(\overline{A \cap B}) = n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) = 216 - 144 = 72 \text{ (個)}$$



↑ 求める集合をベン図で表す
習慣を身につけよう

(4) → 解答編どおり

122. → 解答編どおり

倍数の判定法

- n は 3 の倍数 … 各位の和が 3 の倍数
- n は 4 の倍数 … 下 2 桁の数が、4 の倍数
- n は 5 の倍数 … 一の位が、0 か 5
- n は 8 の倍数 … 下 3 桁の数が、8 の倍数
- n は 9 の倍数 … 各位の和が 9 の倍数

正の約数の個数

自然数 N が $N = a^p b^q c^r$ と因数分解できるとき、
 N の正の約数の個数は

$$(p+1)(q+1)(r+1) \text{ 個} \quad \text{である。}$$