長崎南高校　５９回生　**数 学 科 通 信 3号**

気魄と情熱　（仮称）

令和２年５月１日（金）
長崎県立長崎南高等学校
文責　第２学年数学科

５９回生のみなさん、こんにちは。臨時休業に入って１０日が過ぎましたが、規則正しい生活を送っていますか。今後、さらに休業の延長が余儀なくされますが、そんな今だからこそ

“休業がいつ明けるのだろう？”　　　と不安な気持ちで過ごすよりも

“休業が明ける日は必ずやってくる！”　という期待と希望の気持ちをもって

これからの生活も頑張っていきましょう！

１　復習のワンポイントアドバイス　（別紙）

第３章　２次関数　（１テーマに特化します）
　第２節　２次関数の値の変化　・・・　“２次関数の決定”問題

※ お詫びと訂正

前回の問題の解答に間違いがありました。すみませんでした。
【十分と必要の判定問題１０】
(1)　$x>0$ は $x \neq 1$ であるための $\boxed{}$ において，
　答えは　②　としてましたが，正しくは　④　でした。

２　♪正六角形で数学 ♪

前回の♪ニュースで数学♪の中で、ハチの巣が正六角形の穴で敷き詰められている話を取り上げました。そのことを意識しながら生活していると、思いもよらないところで、いろんな発見をするものです。そこで，自然界において，正六角形が関係している物を調べてみました。次に挙げるのはその一部です！詳しくは、各自で調べてみてください。

1 ハチの巣　①　「ハニカム構造」として知られる六角形の小部屋の集合体。
　②　最低限の蜜蝋で、より多くの蜂蜜を保管できる最適の形。
　③　平面を隙間なく充填できる図形の中で、最も表面積が大きくなる。

2 雪の結晶　①　唯一無二で同じ形はないそうですが、基本的にはすべて六角形であること。
　②　氷の粒ができる際に水素結合が起こる。このときに，水分に含まれる酸素の周りに３つの水素が１２０度の等間隔で結びつくためだそうです。

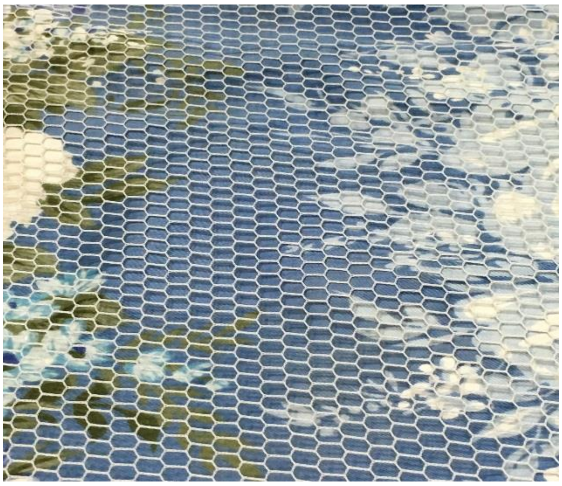
3 カーボンナノベルト（化学分野・分子）
　①　６個の炭素原子が繋がった正六角形の構造をベルト状にしたもの。
　②　「夢の筒状炭素分子」と言われ、様々な応用が期待される。

特別編 我が家の掛け布団（発見！）

① 布団カバーの編み目模様に利用される。

② 強度的な問題で強度が高い。

③ デザイン的な問題で美しく仕上がる。



他にも、亀の甲羅（亀甲模様）、トンボの羽（ボロノイ構造）、土星の北極付近の雲模様など。

※ ちなみに、

人気のお菓子“コ〇ラ〇マ〇チ”の箱も正六角形で

作られています。緊急事態宣言が解除された時には、

ぜひ正六角形による平面充填を試みてください。

ステイホーム！！！

☆　復習のワンポイントアドバイス　☆

【２次関数の決定問題～基本編～】

今回は「与えられた条件から，２次関数の方程式を決定する」問題の基本となる型を確認します。

まずは，利用する方程式は，次の３パターンです。

- □　$y=a(x-p)^2+q$　型（標準形）
- □　$y=ax^2+bx+c$　型（一般形）
- □　$y=a(x-\alpha)(x-\beta)$　型（因数分解形）

与えられた条件から、利用する方程式の型を判断してください。

（CASE Ⅰ）頂点や軸に関する条件が与えられた場合

$\Longrightarrow$　$y=a(x-p)^2+q$　型（標準形）

（例題１）頂点が点 $(1,\ 2)$ で，点 $(3,\ 6)$ を通る。

（解　答）

頂点が点 $(1,\ 2)$ であるから，求める 2 次関数は

$$y=a(x-1)^2+2$$

と表される。グラフが点 $(3,\ 6)$ を通るから

$$6=a(3-1)^2+2$$

これを解くと　$a=1$

よって　$y=(x-1)^2+2$

（例題２）軸が直線 $x=-1$ で，2 点 $(1,\ 3)$，$(-2,\ -3)$ を通る。

（解　答）

軸が直線 $x=-1$ であるから，求める 2 次関数は

$$y=a(x+1)^2+q$$

と表される。グラフが 2 点 $(1,\ 3)$，$(-2,\ -3)$ を通るから

$$3=a(1+1)^2+q,\quad -3=a(-2+1)^2+q$$

すなわち　$3=4a+q,\quad -3=a+q$

これを解くと　$a=2,\ q=-5$

よって　$y=2(x+1)^2-5$

（例題３）$x=1$ で最小値 5 をとり，$x=3$ のとき $y=7$ となる。
（頂点の座標を読み取る）

（解　答）
$x=1$ で最小値 5 をとるから，求める 2 次関数は

$y=a(x-1)^2+5 \ (a>0)$

と表される。

$x=3$ のとき $y=7$ であるから　　$7=4a+5$

ゆえに　　$a=\dfrac{1}{2}$

これは $a>0$ を満たす。

よって　　$y=\dfrac{1}{2}(x-1)^2+5 \ \left(y=\dfrac{1}{2}x^2-x+\dfrac{11}{2}\right)$

（例題４：ちょっと発展）

放物線 $y=2x^2$ を平行移動したもので，点 $(2,\ 4)$ を通り，
頂点が直線 $y=2x-4$ 上にある。

（解　答）
放物線 $y=2x^2$ を平行移動したもので，頂点が直線 $y=2x-4$ 上にあるから，
頂点の座標を $(p, 2p-4)$ とおくと，求める2 次関数は

$y=2(x-p)^2+2p-4$ ……①

と表される。

このグラフが点 $(2,\ 4)$ を通るから　　$2(2-p)^2+2p-4=4$

整理して　　$p^2-3p=0$　　　　よって　　$p=0,\ 3$

$p=0$ のとき，① から　　$y=2x^2-4$

$p=3$ のとき，① から　　$y=2(x-3)^2+2$ （$y=2x^2-12x+20$ でもよい）

※　放物線を平行移動しても，変化しないものがあります。
”グラフの開き具合”です！
すなわち，方程式で考えると，
”x^2 の係数”は変化しません。
したがって，（例題４）では，”x^2の係数は２”と決定してください。

（CASEⅡ）$\boxed{\text{グラフ上の３点が与えられた場合}}$

$\Longrightarrow$ $y=ax^2+bx+c$ 型（一般形）

（例題）2 次関数のグラフが，3 点 $(-1,\ 0)$，$(2,\ 3)$，$(3,\ -4)$ を通る。

（解答）

求める 2 次関数を

$$y=ax^2+bx+c$$

とする。グラフが 3 点 $(-1,\ 0)$，$(2,\ 3)$，$(3,\ -4)$ を通るから

$$\begin{cases} a-b+c=0 & \cdots\cdots ① \\ 4a+2b+c=3 & \cdots\cdots ② \\ 9a+3b+c=-4 & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

②－① から　$3a+3b=3$

すなわち　$a+b=1$　$\cdots\cdots$ ④

③－② から　$5a+b=-7$　$\cdots\cdots$ ⑤

④，⑤ を解いて　$a=-2,\ b=3$

これらを ① に代入して　$c=5$

したがって，求める 2 次関数は

$$y=-2x^2+3x+5$$

（CASEⅢ）$\boxed{\text{グラフ上の３点が与えられた場合}}$ ＋ $\boxed{\text{2 点が } x \text{ 軸上の点（}x\text{ 切片）}}$

$\Longrightarrow$ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 型（因数分解形）

（例題） x 軸と 2 点 $(1,\ 0)$，$(-2,\ 0)$ で交わり，点 $(0,\ 4)$ を通る。

（解答）

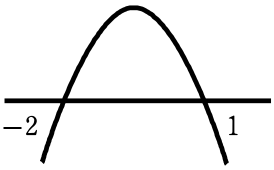
グラフが x 軸上の 2 点 $(1,\ 0)$，$(-2,\ 0)$ を通るから，求める 2 次関数は

$y=a(x-1)(x+2)$ $(a \fallingdotseq 0)$ と表される。

グラフが点 $(0,\ 4)$ を通るから　$4=a\cdot(-1)\cdot 2$

よって　$a=-2$　（これは $a \fallingdotseq 0$ を満たす。）

ゆえに，求める 2 次関数は　$y=-2(x-1)(x+2)$



※　３点を通る放物線なので、当然

$y=ax^2+bx+c$　型（一般形）

で表してもいいです。ただ、計算量にかなりの差が生じます。

利用できるものは、しっかりと利用しよう！

最後に、例題に合わせた練習問題を掲載しておきます。ぜひ各自で解答してください。
よろしくお願いします。

次の条件を満たす放物線をグラフにもつ２次関数を求めよ。

□ 練習Ⅰ－１

頂点が点 $(2,\ 3)$ で，点 $(5,\ -6)$ を通る。

□ 練習Ⅰ－２

軸が直線 $x=-2$ で，2 点 $(2,\ -1)$，$(-8,\ 4)$ を通る。

□ 練習Ⅰ－３

$x=3$ で最大値 10 をとり，$x=-1$ のとき $y=-6$ である。

□ 練習Ⅰ－４

放物線 $y=2x^2+1$ を平行移動したもので，頂点が直線 $y=3x-2$ 上にあり，かつ点 $(3,\ 12)$ を通る。

□ 練習Ⅱ

２次関数のグラフが，次の３点を通る。

(1) $(-1,\ 7)$，$(0,\ -2)$，$(1,\ -5)$

(2) $(1,\ 4)$，$(3,\ 0)$，$(-1,\ 0)$

□ 練習Ⅲ

グラフが 3 点 $(-1,\ 0)$，$(2,\ 0)$，$(0,\ -4)$ を通る 2 次関数を求めよ。

解答

□練習Ⅰ－１　$y=-(x-2)^2+3$　$(y=-x^2+4x-1)$

□練習Ⅰ－２　$y=\frac{1}{4}(x+2)^2-5$　$\left(y=\frac{1}{4}x^2+x-4\right)$

□練習Ⅰ－３　$y=-(x-3)^2+10$　$(y=-x^2+6x+1)$

□練習Ⅰ－４　$y=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$，$y=2(x-4)^2+10$

□練習Ⅱ　(1) $y=3x^2-6x-2$　(2) $y=-(x-3)(x+1)$

□練習Ⅲ　$y=2(x+1)(x-2)$　$(y=2x^2-2x-4)$