

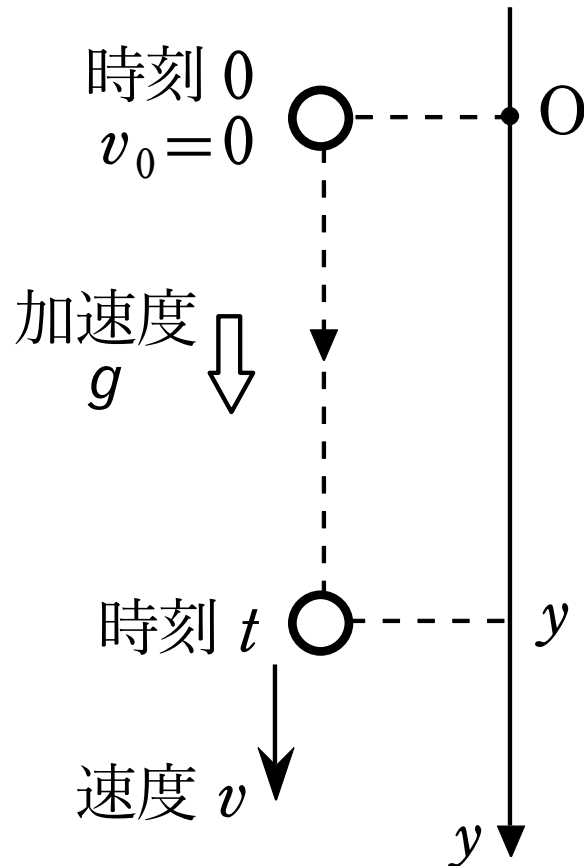
落体の運動

・自由落下：

重力だけを受け、初速度 0 で鉛直に落下する運動

加速度の大きさが約 9.8m/s^2 の等加速度直線運動

→ **重力加速度** といい、記号 **g** で表す



※通常、水平方向に x 軸、鉛直方向に y 軸をとり、鉛直方向の変位は記号 y で表す。

※自由落下では物体が動く、鉛直下向きを y 軸の**正の向き**にする。

等加速度直線運動の公式

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$v_0 = 0$$

$$a = g$$

$$x = y$$

自由落下の公式

$$v = gt$$

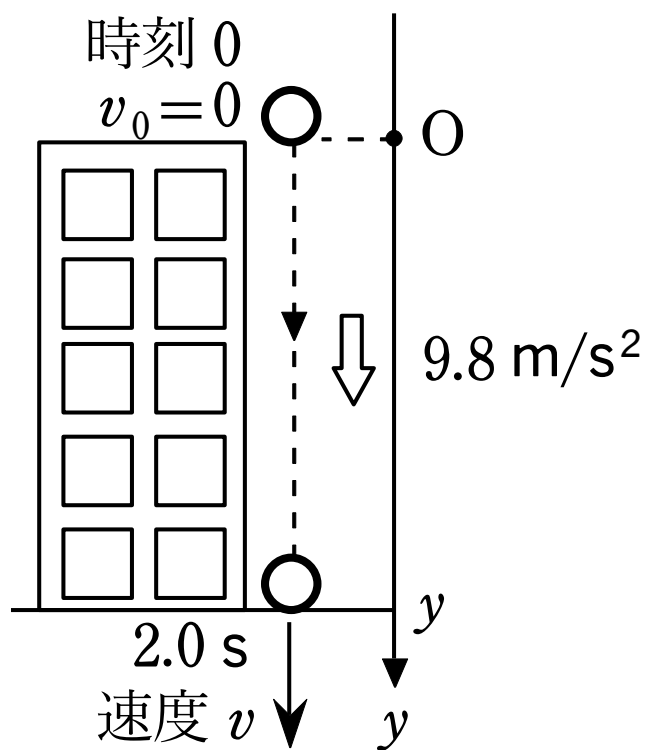
$$y = \frac{1}{2} gt^2$$

$$v^2 = 2gy$$

例題

ある建物の屋上から小石を自由落下させたところ、落下させはじめてから2.0秒後に地面についた。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とし、空気抵抗はないとする。

- (1) 地面につく直前の小石の速さを求めよ。
- (2) この建物の高さを求めよ。



解答

- (1) $v = gt$ より、

$$v = 9.8 \times 2.0 = 19.6 \div \mathbf{20 \text{ m/s}}$$

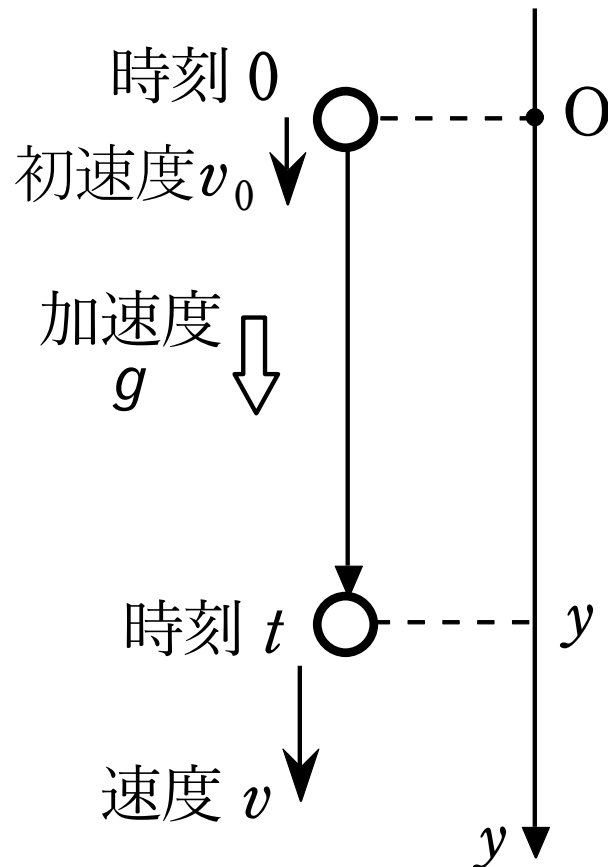
注) 小石が地面に当たってしまうと速度が変わってしまうため、地面に当たる前であることをはっきりさせるために直前という表現を使う。時刻は地面につく時刻2.0 sを使う。

- (2) 建物の高さは、小石が2.0 s間で落下した距離と等しいので、

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \text{ より、 } y = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2.0^2 = 19.6 \div \mathbf{20 \text{ m}}$$

- 鉛直投射 :
物体を鉛直方向に投げ下ろしたり、投げ上げたりすること
- 鉛直投げ下ろし :
物体を初速度 v_0 で鉛直下方に投げ下ろす

※鉛直投げ下ろしでは物体が動く鉛直下向きを
 y 軸の正の向きにする。



**加速度が下向きで大きさ 9.8m/s^2 (g) の
等加速度直線運動**

等加速度直線運動の公式

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$v_0 = v_0$$

$$a = g$$

$$x = y$$

鉛直投げ下ろしの公式

$$v = v_0 + gt$$

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2gy$$

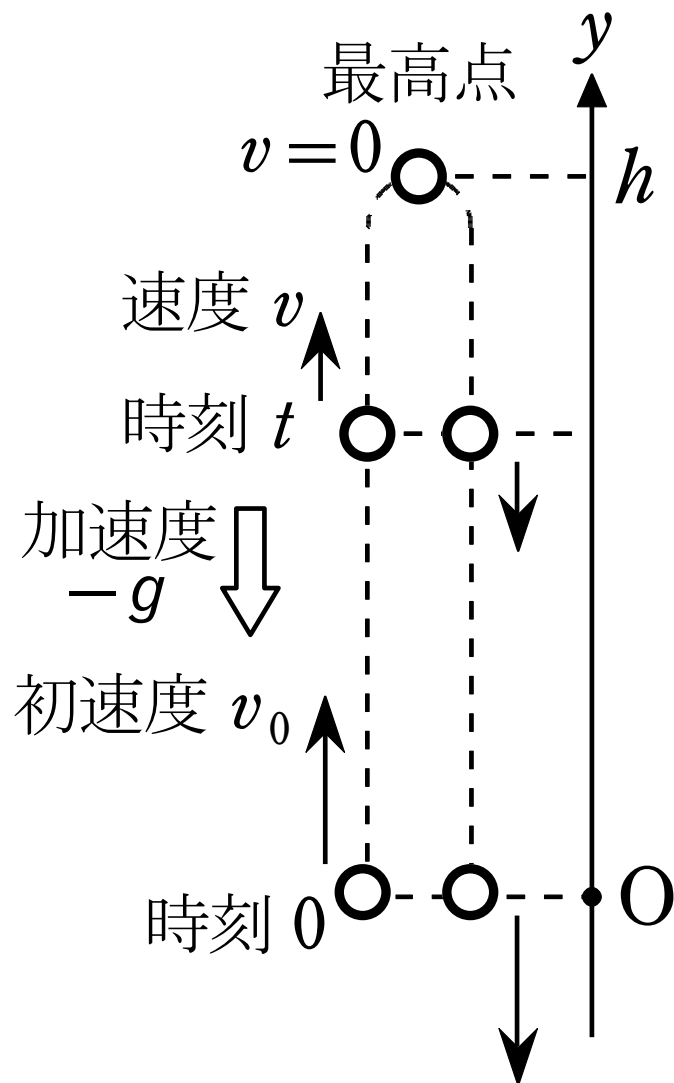
**9.8m/s^2 (g) の
重力加速度**

- 鉛直投げ上げ :
物体を初速度 v_0 で鉛直上方に投げ上げる

※鉛直投げ上げでは物体が最初に動く、鉛直上向きを y 軸の正の向きにする。

加速度が下向きで大きさ 9.8m/s^2 (g) の
等加速度直線運動 重力加速度

→鉛直上向きを正にしているので、
加速度は「 $-g$ 」(負の値)になる



等加速度直線運動の公式

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$v_0 = v_0$$

$$a = -g$$

$$x = y$$

鉛直投げ上げの公式

$$v = v_0 - gt$$

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$v^2 - v_0^2 = -2gy$$

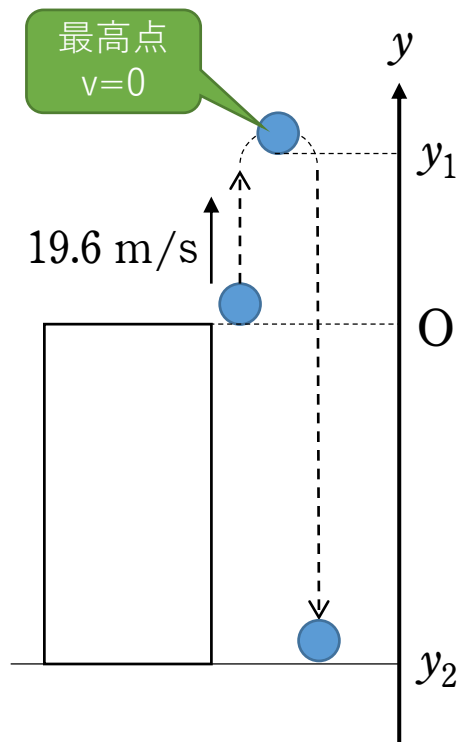
例題

ある建物の屋上から小石を19.6m/sの速さで鉛直に投げ上げた。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とし、空気抵抗はないとする。

- (1) 小石が最高点に達するまでの時間を求めよ。
- (2) 小石の最高点の建物の屋上からの高さを求めよ。

小石は投げ上げてから、5.0 s 後に地面に達した。

- (3) この建物の高さを求めよ。



解答

屋上の位置を原点として、鉛直上向きにy軸をとる。このとき、重力加速度は $-g = -9.8 \text{ m/s}^2$ となる。

- (1) **最高点では一瞬静止する ($v = 0$)** ので、求める時間を t_1 とすると、

$$v = v_0 - gt \quad \text{より、} \quad 0 = 19.6 - 9.8 \times t_1 \quad t_1 = \underline{2.0 \text{ s}}$$

- (2) (1) のときの建物の屋上からの高さは、

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{より、}$$

$$y_1 = 19.6 \times 2.0 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2.0^2 = 19.6 \div \underline{20 \text{ m}}$$

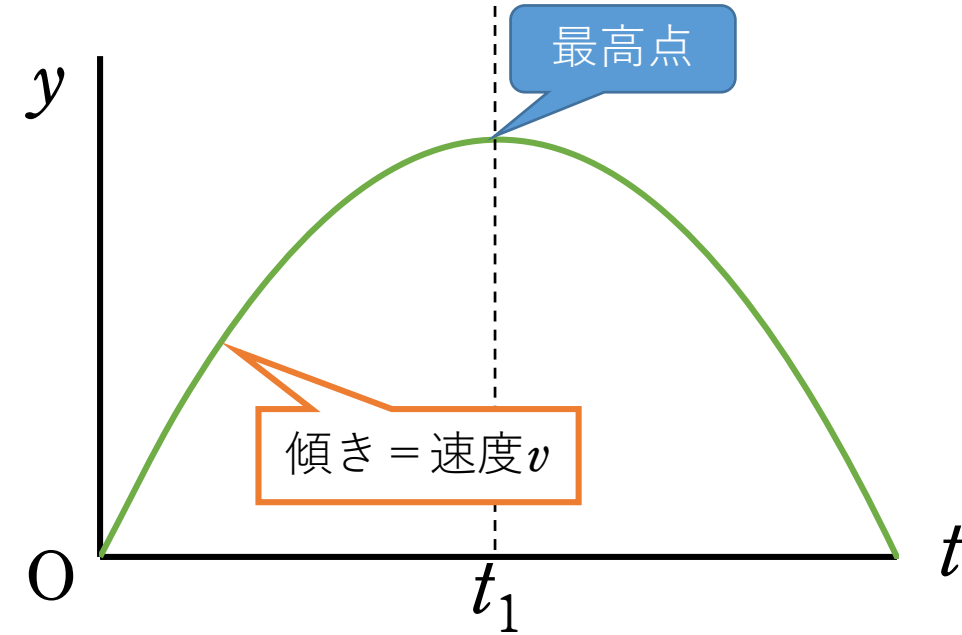
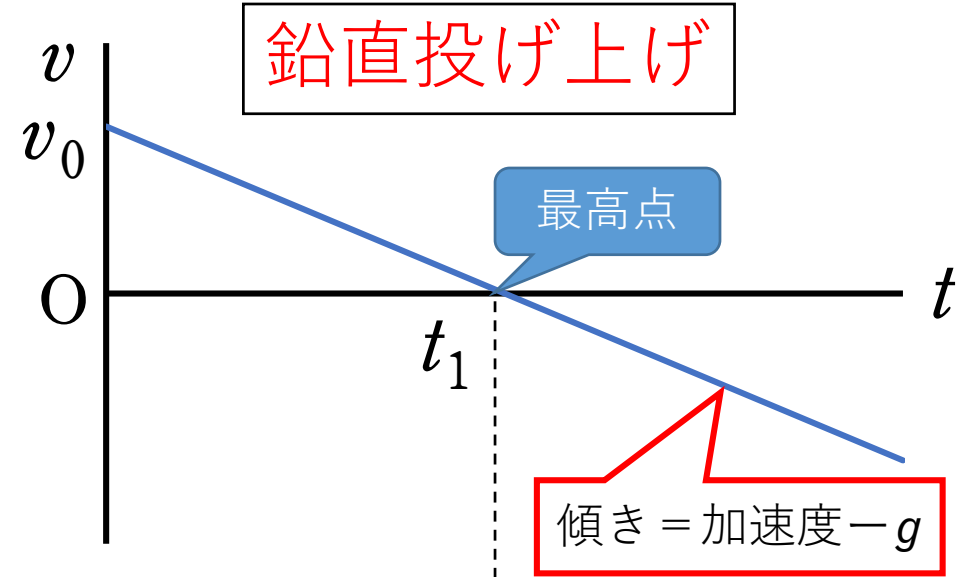
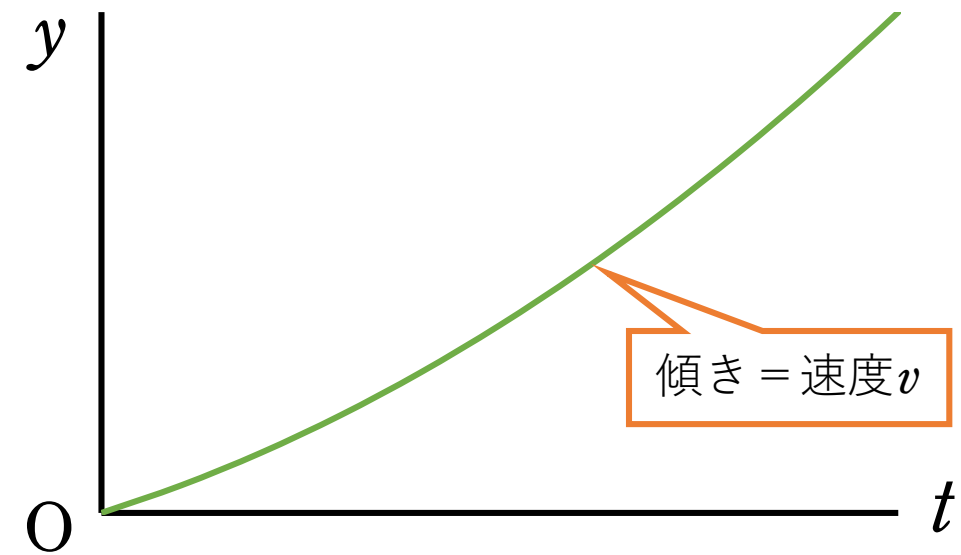
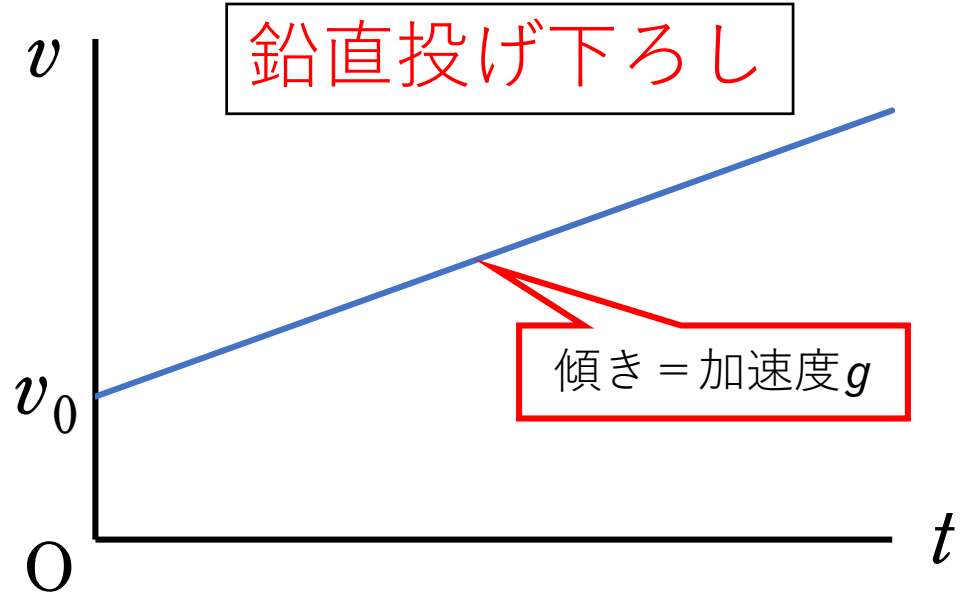
- (3) 地面についた5.0 s のときの小石の変位は、

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{より、} \quad y_2 = 19.6 \times 5.0 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5.0^2 = -24.5 \text{ m} \quad \text{となる。}$$

これは、地面が建物の屋上より24.5m下にあることを表しているので、

建物の高さは 24.5 m である。有効数字は2桁なので求める高さは 25m。

鉛直投射のグラフ

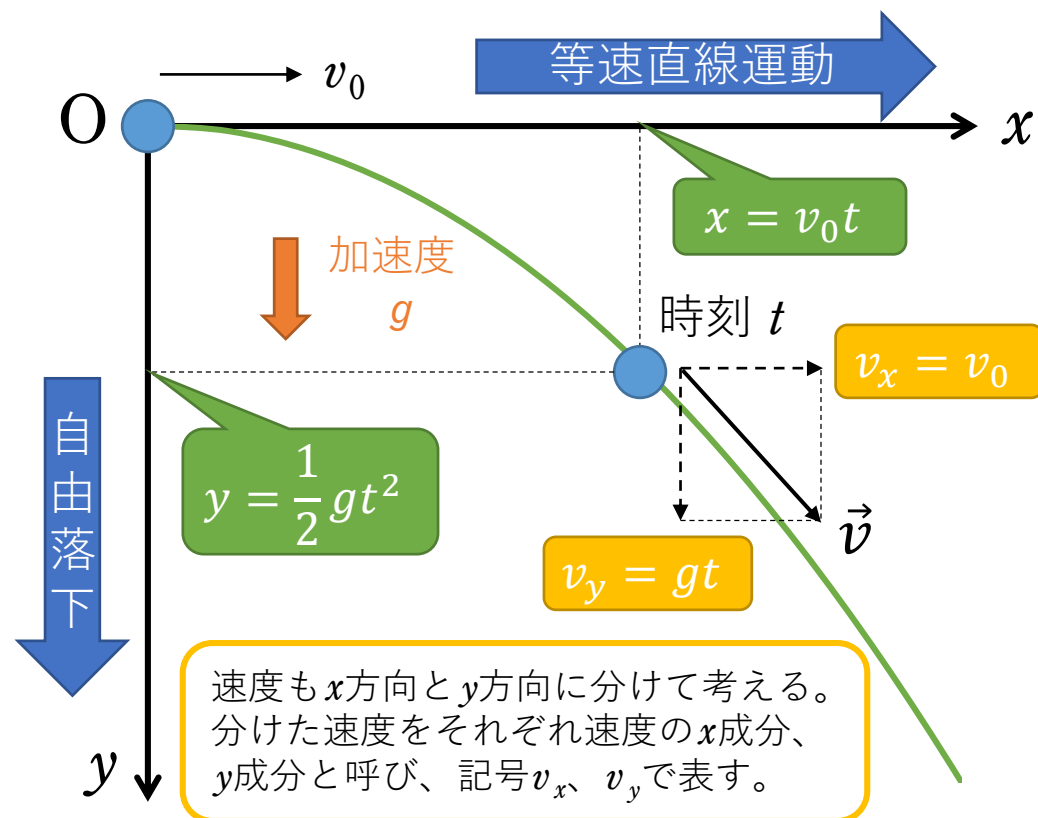


- 水平投射 :
物体を水平方向に投げ出す運動

物体の運動が直線運動ではない場合、直交する2つの方向に分けて、それぞれの方向の運動を考える。
水平投射では鉛直方向と水平方向に分ける。

水平投射の軌道

- ①鉛直(y)方向 : 自由落下と同様
- ②水平(x)方向 : 初速度(v_0)と同じ速度の等速直線運動と同様



水平投射の公式

- 水平(x)方向

$$v_x = v_0$$
$$x = v_0 t$$

- 鉛直(y)方向

$$v = v_0 + at \longrightarrow v_y = gt$$
$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \longrightarrow y = \frac{1}{2} gt^2$$
$$v^2 - v_0^2 = 2ax \longrightarrow v_y^2 = 2gy$$

例題

高さ h [m] の建物の屋上から水平方向に速さ v_0 [m/s] でボールを投げた。重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。

- (1) 投げてからボールが地面につくまで何 s かかるか。
- (2) ボールは建物から何 m はなれたところで地面につくか。
- (3) 地面につく直前のボールの速さは何 m/s か。

解答

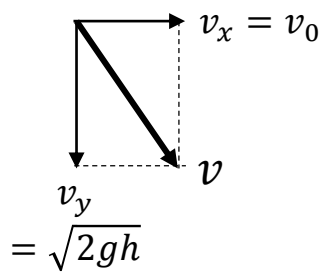
(1) 地面につくまでにボールは h だけ落下するので、求める時間を t とすると、

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \text{ より、 } h = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{よって、} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(2) 水平方向には速さ v_0 の等速直線運動をするので、時間 t で水平方向には、

$$x = v_0 t \text{ だけ移動する。 } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ なので、} \quad x = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(3) 地面につく直前のボールの速度の水平成分は $v_x = v_0$ 、鉛直成分は $v_y = gt = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$ である。



実際の速度は水平(右)方向と鉛直(下)方向を合わせた左図の太い矢印(ベクトル)になる。速さ(=速度の大きさ)は速度ベクトルの長さと同じなので、

$$\text{三平方の定理から 速さ } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

• 斜方投射 :

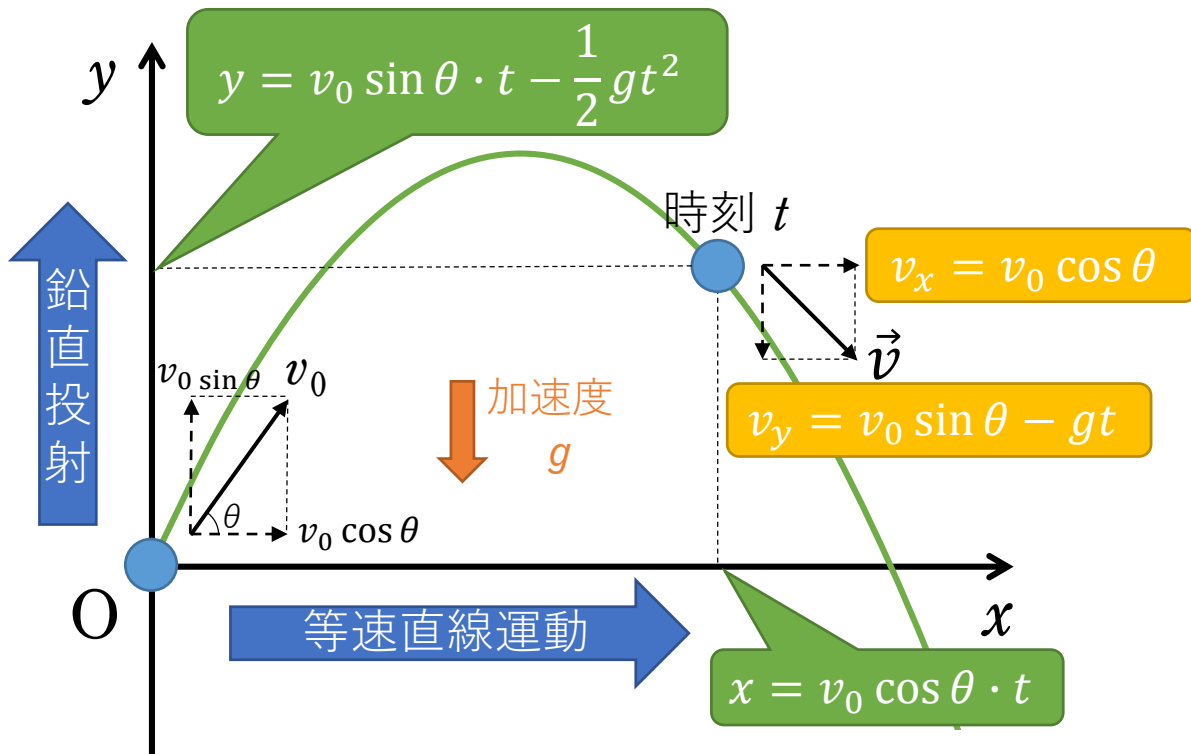
物体を斜めの方向(水平・鉛直ではない) に投げ出す運動

斜方投射の軌道

①鉛直(y)方向 : **鉛直投射** と同様

②水平(x)方向 : 初速度(v_0)と同じ速度の**等速直線運動** と同様

斜方投射でも水平投射と同様に鉛直方向と水平方向に分ける。



斜方投射の公式

• 水平(x)方向

$$v_x = v_0 \cos \theta$$

$$x = v_0 \cos \theta \cdot t$$

• 鉛直(y)方向

$$v = v_0 + at \longrightarrow v_y = v_0 \sin \theta - g t$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \longrightarrow y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \longrightarrow v_y^2 - (v_0 \sin \theta)^2 = 2gy$$